

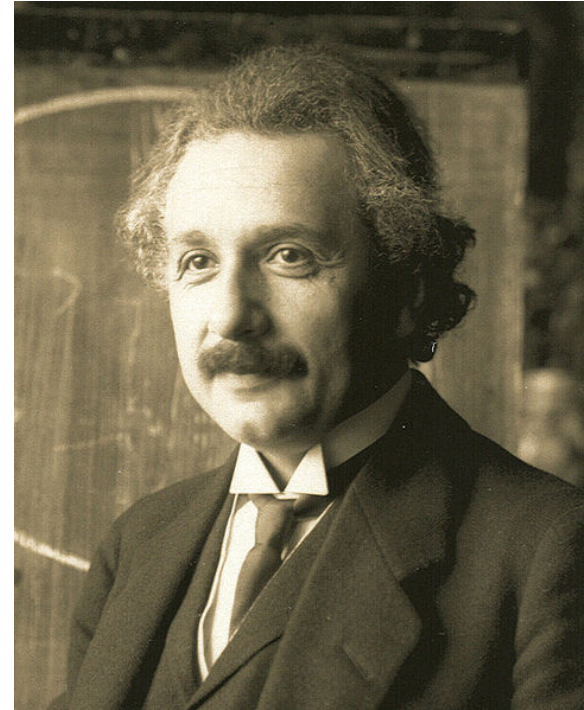
# L2 : Relativitetsteori

- Boken : Kapitel 1



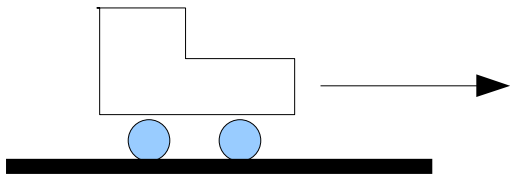
# Relativitetsteori

- Det finns inte en utan *två* relativitetsteorier
  - **Speciell** Relativitetsteori (1905)
  - **Allmän** Relativitetsteori (1916)
- Båda dessa utvecklades av den tyske fysikern **Albert Einstein** (1879-1955).

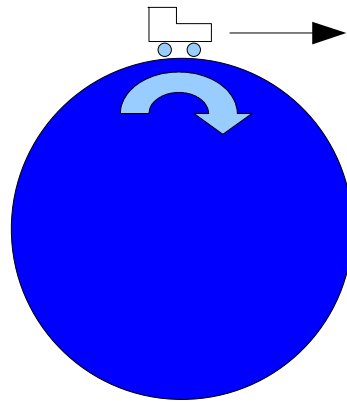


# Hastigheter är relativa

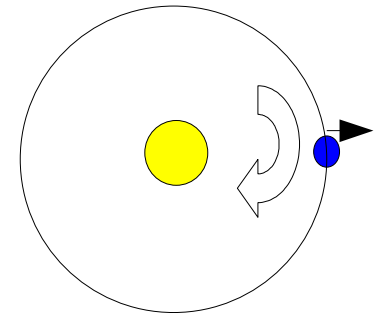
- Alla vanliga hastigheter är **relativa**; dvs man måste ange hastigheten *jämfört* med något. Tex anger vi en bils hastighet relativt marken. Men marken rör sig också eftersom jorden roterar, etc.



$$V(\text{bil}, \text{mark}) = 100 \text{ km/h}$$



$$V(\text{bil}, \text{jordcentrum}) = 1,700 \text{ km/h}$$

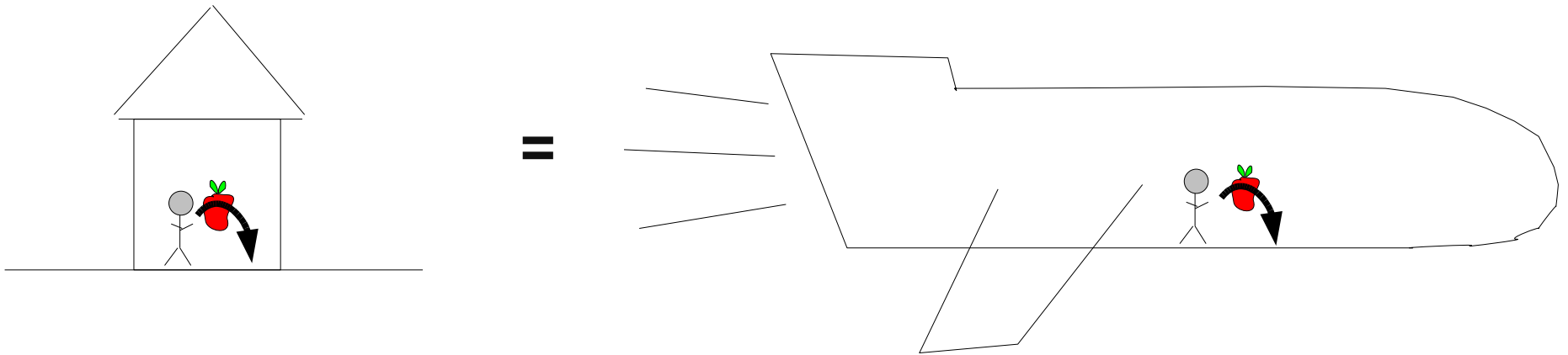


$$V(\text{bil}, \text{solen}) = 108,000 \text{ km/h}$$

# Relativitetsprincipen

- Redan på 1600-talet postulerade Galileo Galilei den sk **relativitetsprincipen**:

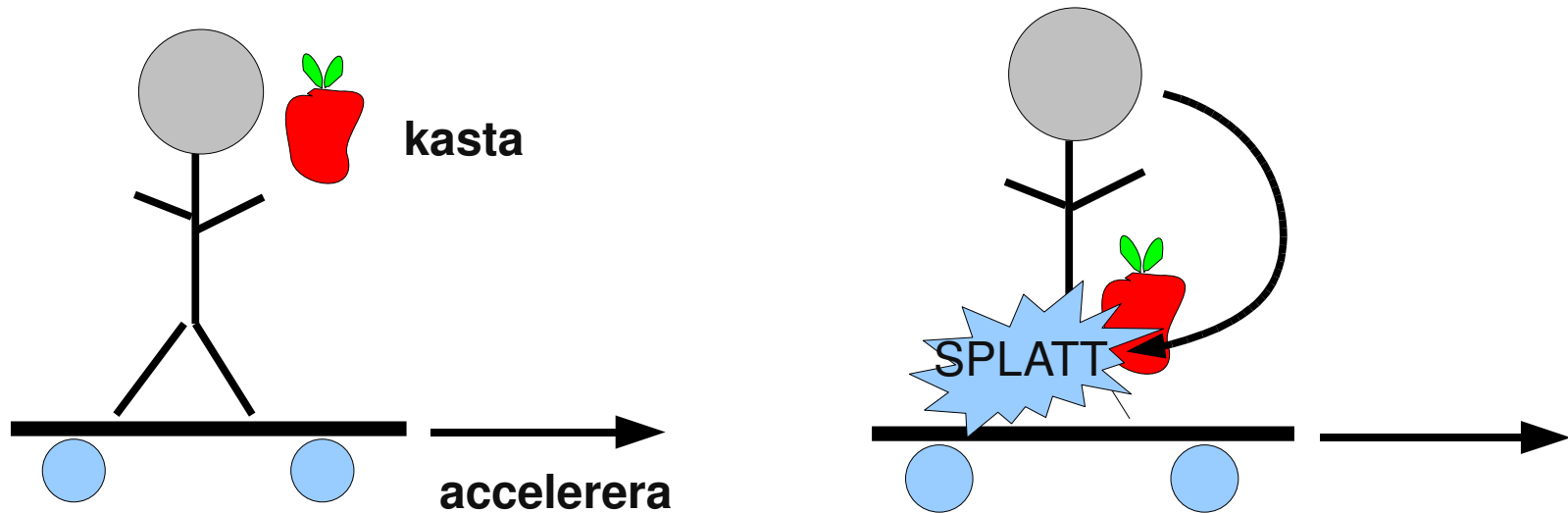
*Fysikens lagar är desamma oberoende av hastigheten.*



Notera att ett bättre namn hade varit *icke-relativitetsprincipen*; fysikens lagar är ju *inte* relativa!

# Acceleration

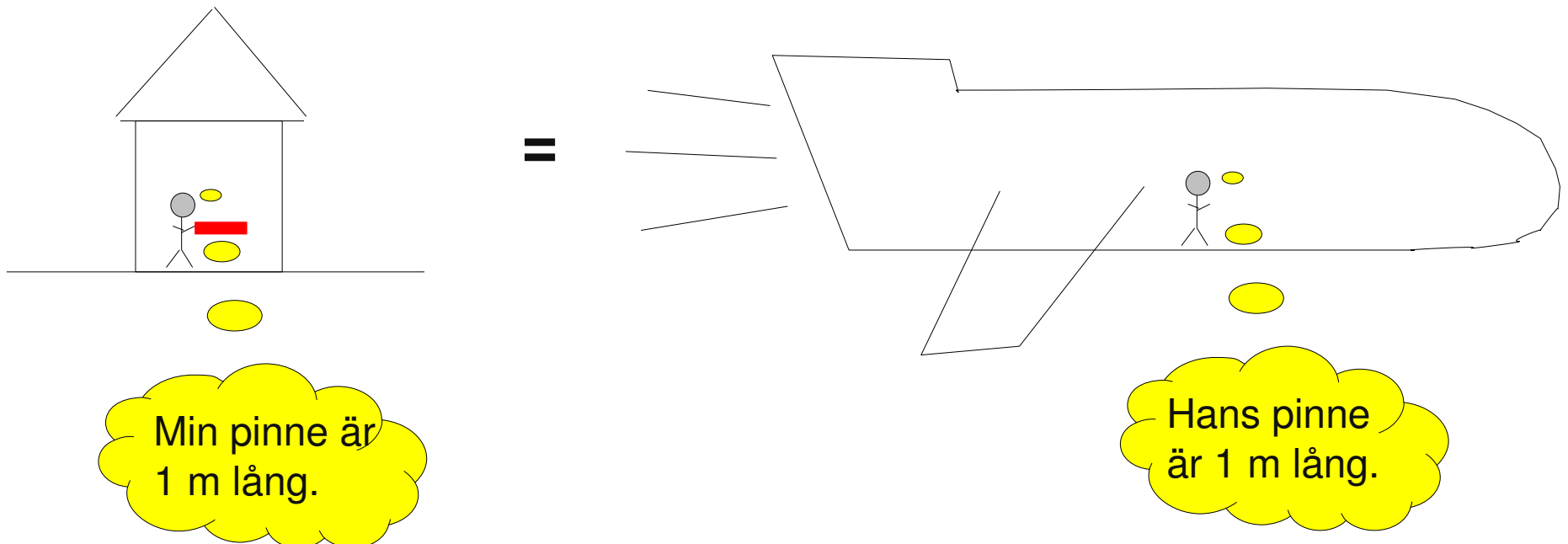
- Notera dock att fysikens lagar *inte* är desamma oberoende av ens **acceleration**.



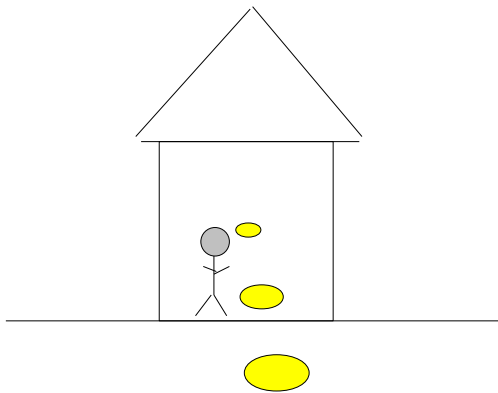
# Galileos transformationer

- Galileo postulerade också de sk Galileotransformationerna:

*Längder och tider upplevs desamma oberoende av hastigheten.*

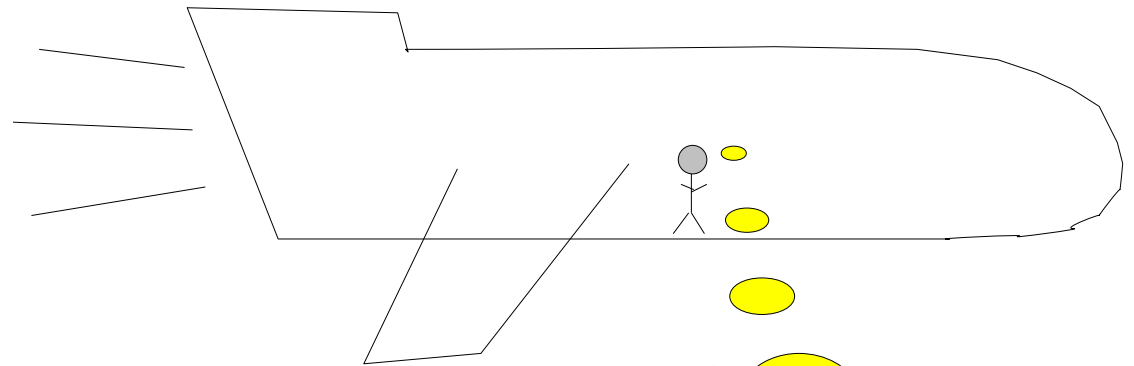


# Galileos transformationer



Jag har stått  
här i 1 timma..

=



Han har stått  
där i 1 timma.

# Elektromagnetismen

- Fram till 1860-talet verkade alla fenomen lyda Galileos relativitetsprincip och transformationslag.
- De närmaste åren utvecklade James Clerk Maxwell teorin för **elektromagnetismen**.
- Denna teori stämde väl med alla observerade elektriska och magnetiska fenomen.





# Elektromagnetismen

- Det var dock något skumt med elektromagnetismen.
- Den sade att ljusets hastighet var 300,000 km/s, men det fanns ingen referens till *vad* ?
- Bristen på relativitet för ljusets hastighet gjorde att den **inte lydde relativitetsprincipen och transformationslagen!**
- De flesta ansåg att även om den nya teorin fungerade bra så måste den sakna någon liten term som skulle 'fixa' detta problem.

# En ska bort : situationen på 1860-talet

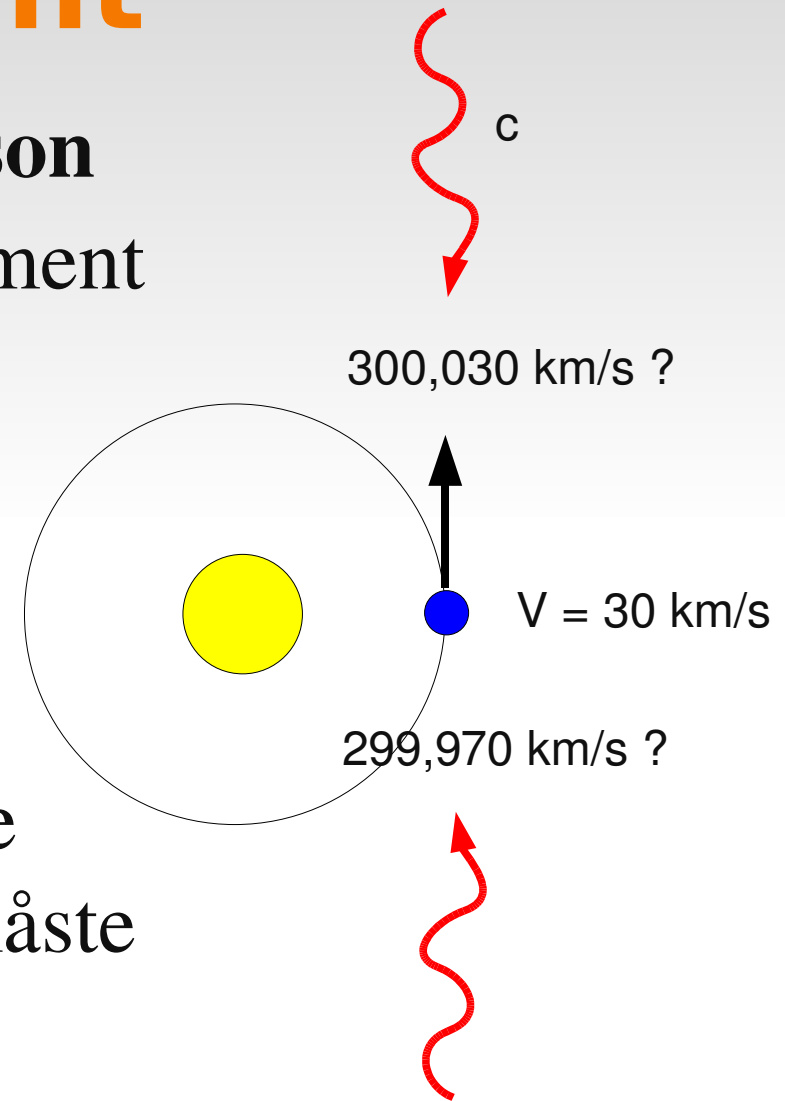
Elektromagnetismen ?

Relativitetsprincipen

Galileos transformationer

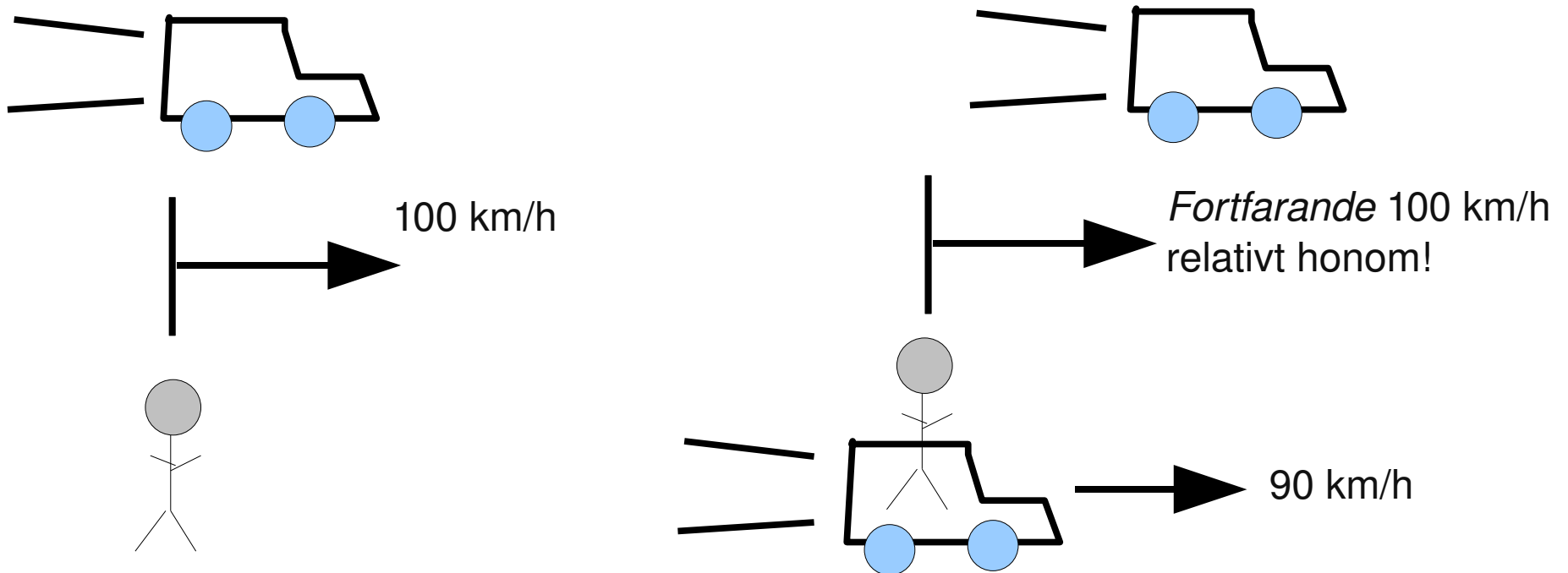
# Michelson-Morleys experiment

- 1887 designade **Albert Michelson** och **Edward Morley** ett experiment för att mäta den förväntade skillnaden i ljusets hastighet beroende på ens rörelse.
- Man använde jordens omloppsrörelse och tänkte att de vågor som kommer framifrån måste ha högre hastighet än de som kommer bakifrån.



# Michelson-Morleys experiment

- Resultatet blev dock att *hastigheten var samma i alla riktningar*, dvs hastigheten var inte alls relativ utan **absolut!**
- Detta var mycket märkligt.



# Einstein

- Einstein sa att elektromagnetismen måste tros på eftersom den klarade alla observationella test.
- Då var det någon av de 'gamla' sanningarna som var fel. Men vilken?

Elektromagnetismen

Relativitetsprincipen ?

Michelson-Morleys mätning

Galileos transformationer ?

# Einsteins tankegång

- Att fysikens lagar ska vara samma för alla är en slags **symmetri** som Einstein tyckte att universum borde ha.
- Visserligen innehåller Galileos transformationer *också* en symmetri: att tid och rum är desamma för alla. Men dessa mera vaga enheter är inte lika ”fundamentala” som fysikens lagar.
- Einstein sa därför: *Relativitetsprincipen ska vara kvar! Då ska Galileos transformationer bort!*

# En ska bort : situationen 1905

Elektromagnetismen

Relativitetsprincipen

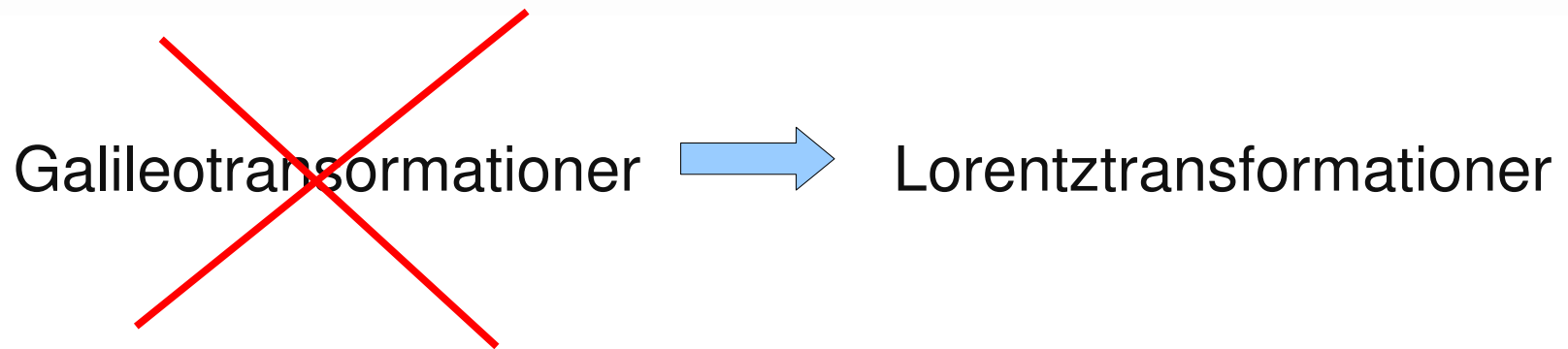
Michelson-Morleys mätning

~~Galileos transformationer~~



# Lorentztransformationer

- För att allt ska stämma måste Galileotransformationerna ersättas av de s.k. **Lorentztransformationerna.**

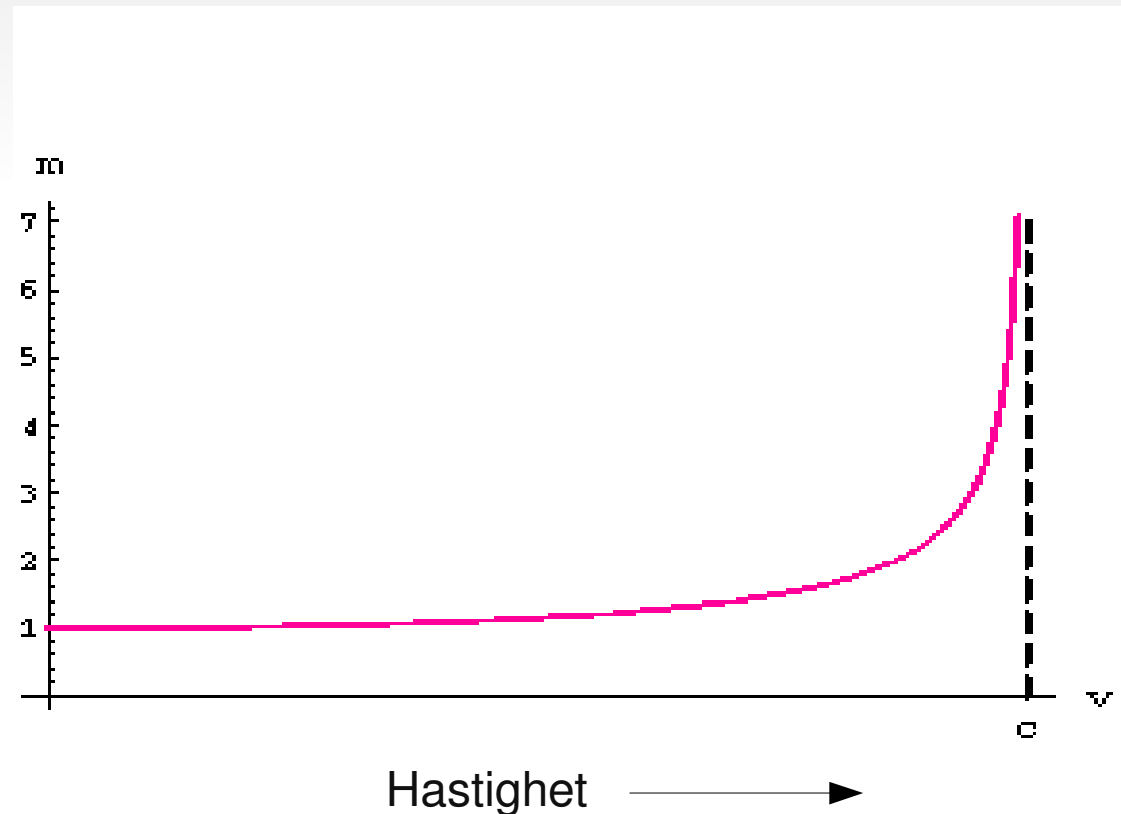




# Lorentztransformationer

- En kvantitet som ofta dyker upp i dem är **gammafaktorn** :

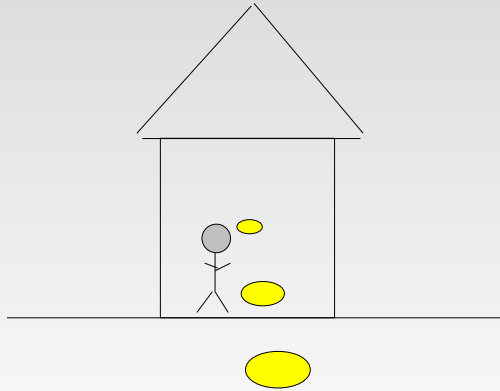
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



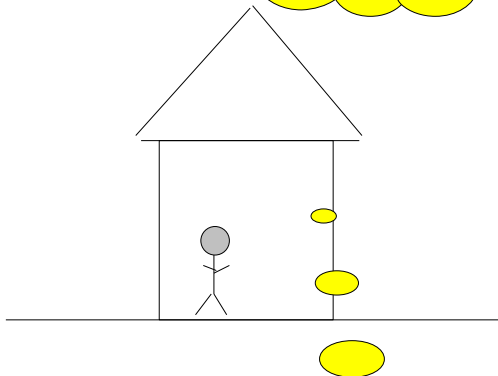
# Lorentztransformationerna

- De nya transformationerna innebar att
  - **Tiden verkar gå långsammare** för något som rör sig relativt dig (med en faktor  $\gamma$ ).
  - **Avstånd verkar bli kortare** för något som rör sig relativt dig (med en faktor  $\gamma$ ).
  - **Samtidighet är subjektivt** : Två saker som händer samtidigt för dig sker *inte* samtidigt för en annan person som rör sig relativt dig.

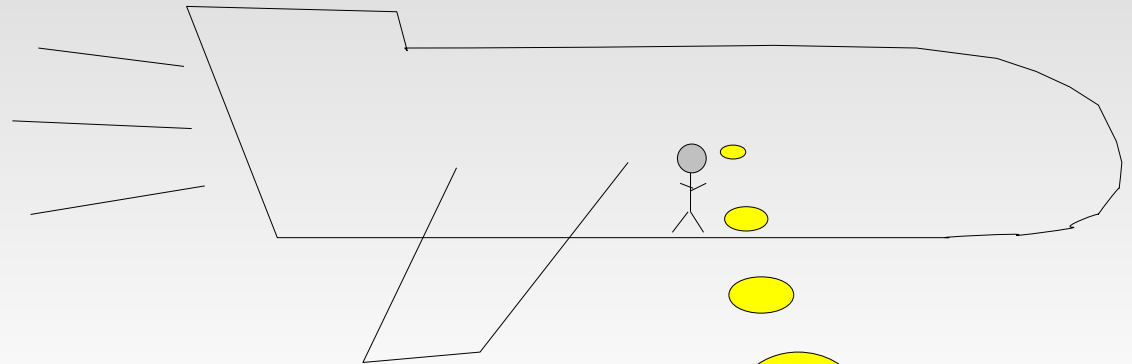
# Tider och längder är relativa!



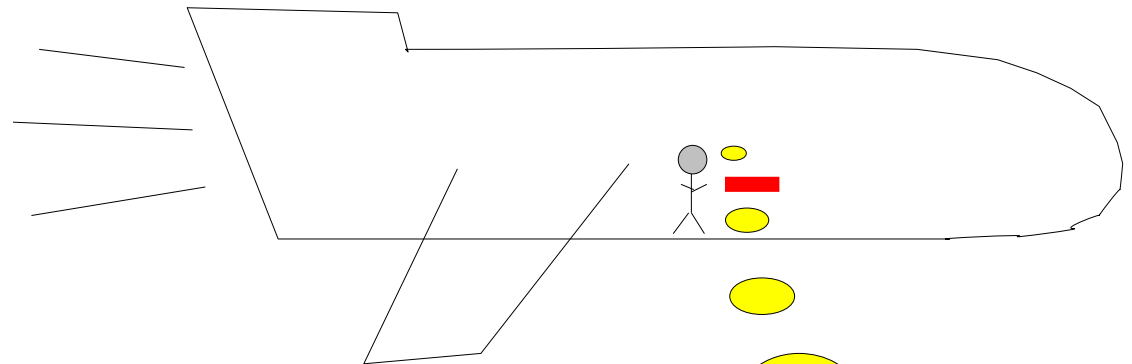
Han har stått där i **2** timmar..



Hans pinne är **0.5** m lång.



Jag har stått här i **1** timma.

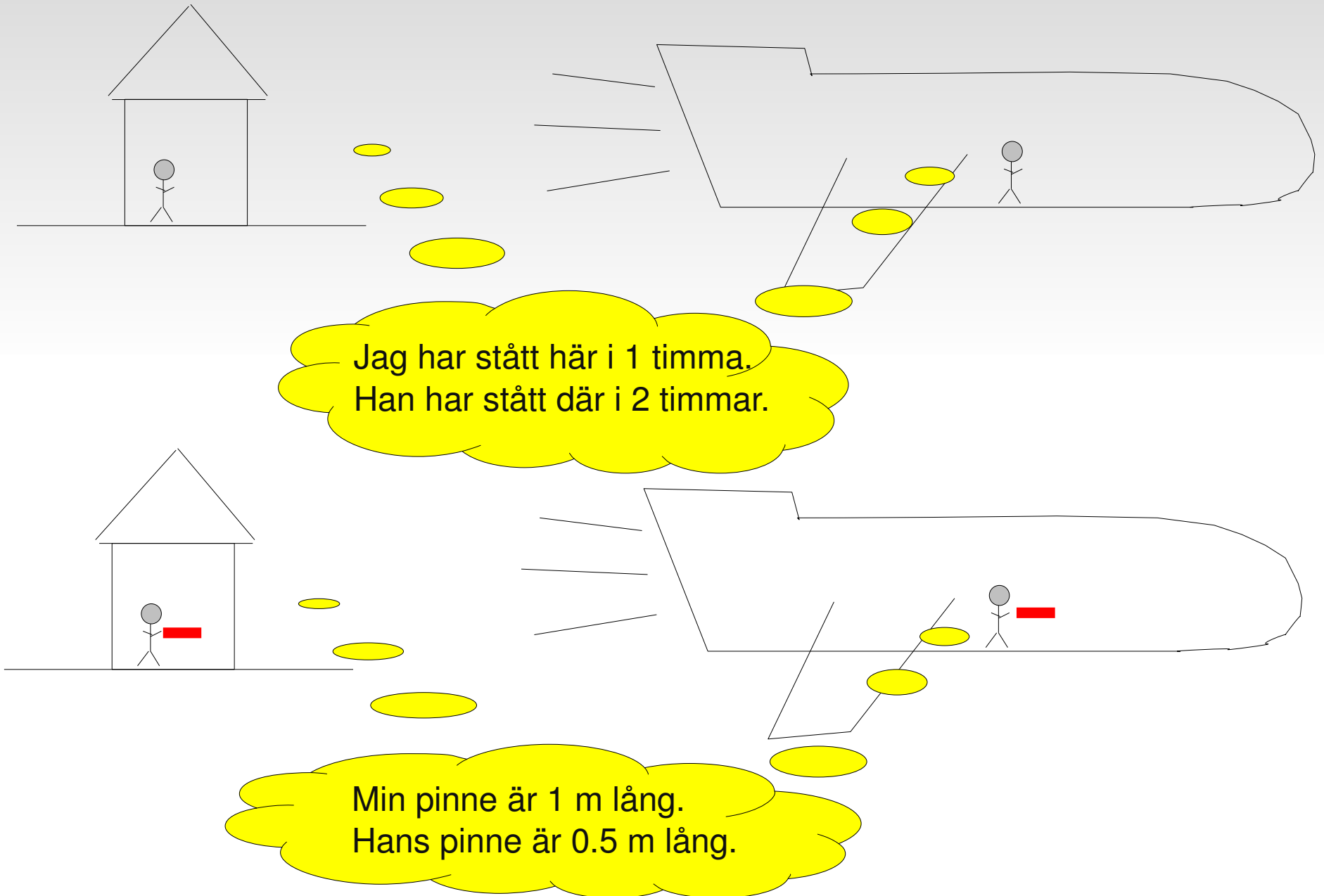


Min pinne är **1** m lång.

# Tider och längder är relativa!

- Effekten är *symmetrisk* : *båda* personerna tycker att den andres tid går för långsamt.
- Men vem har rätt? Vems tid går *egentligen* långsammast?
- **Det finns inget rätt !** Precis som man inte kan fråga vem av dem som egentligen rör sig så kan man inte fråga vems tid som egentligen går långsamt! Tiden är bara ett *relativt* begrepp.
- På samma sätt för längder.

# Båda tycker samma sak!

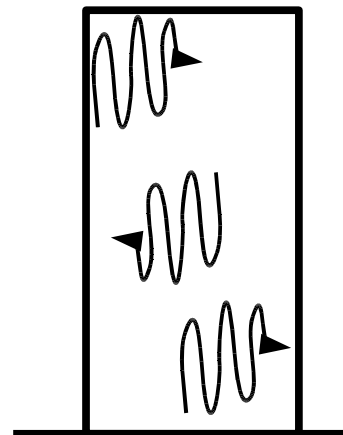
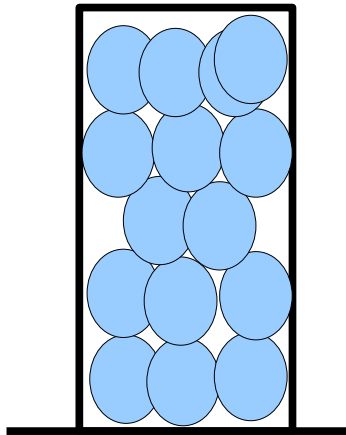


# Lorentztransformationerna gör astronauter seglivade

- Antag ett rymdskepp färdas från jorden mot galaxens centrum med 99.99% av ljushastigheten relativt oss.
- Galaxens centrum ligger 30,000 ljusår bort, så från jorden sett tar resan (lite drygt) 30,000 år.
- Men för astronauterna ombord går tiden långsammare med en faktor  $\gamma=70$  : därför är de framme efter bara 400 år ( $30,000/70$ ) enligt deras klockor.

$$E = mc^2$$

- Utifrån Lorentztransformationerna kan man visa att **massa och energi är ekvivalenta**.
- Tex väger en låda med kulor massan  $M$  lika mycket som en låda med strålningsenergi med energin  $E=Mc^2$ .



$$E = mc^2$$

- Vid fusion väger den slutliga heliumkärnan lite mindre än summan av de fyra protonerna.
- Anledningen är att den **potentiella kärnenergi** som fanns från början och bidrog till massan nu är mindre : den har omvandlats till strålningsenergi som lämnat systemet.



# Summering av Speciell Relativitetsteori

- **Postulat :**
  - **Fysikens lagar** är desamma för alla icke-accelerande observatörer.
  - **Ljusets hastighet** är densamma för alla icke-accelerande observatörer.

# Summering av Speciell Relativitetsteori

- **Konsekvenser**

- Tid och rum är relativa begrepp.
- Massa och energi är ekvivalenta enligt  $E = mc^2$ .

- **Verifikation:**

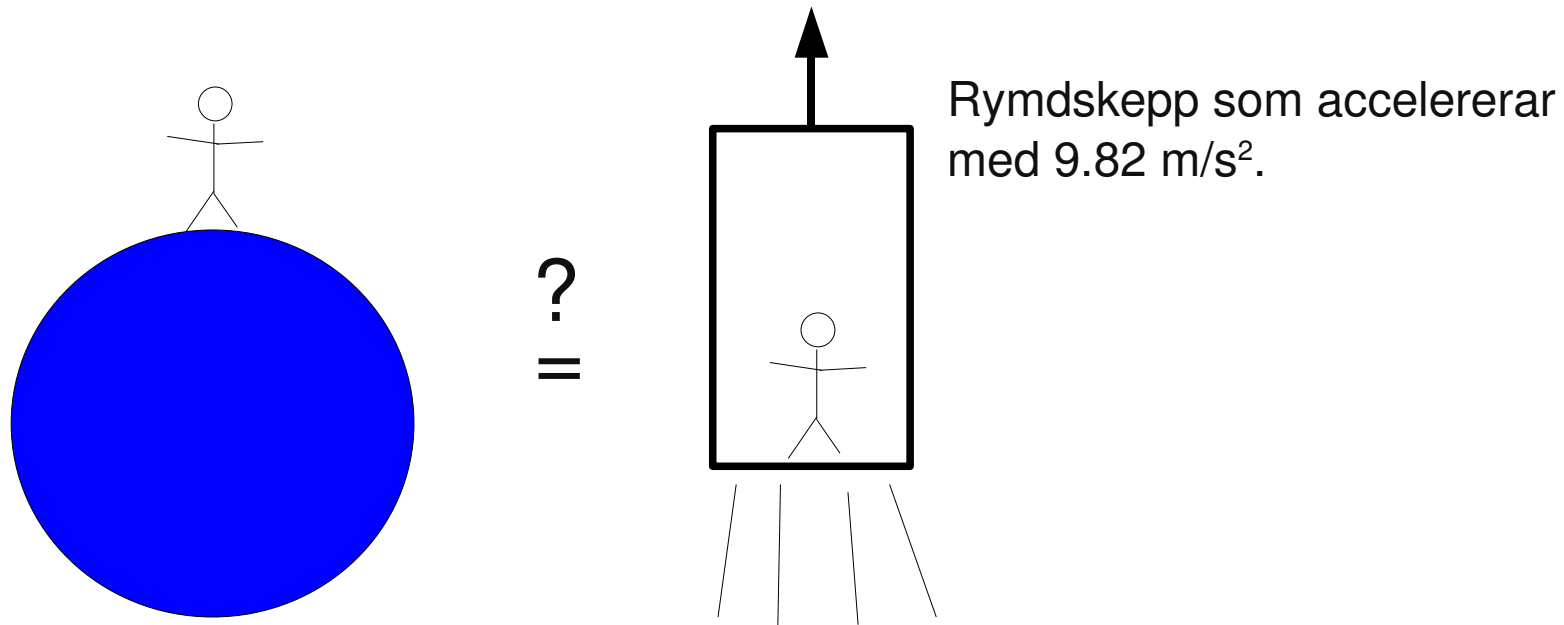
- Teorin är idag väl bekräftade i många experiment, tex kan tidsdilation mätas på klockor som färdats ombord flygplan.

# Allmän relativitetsteori

- Einstein ville nu gå vidare och ha en teori som *verkligen* satta alla observatörer på lika fot, även de som accelererar. Han ville alltså *utvidga* Galileos relativitetsprincip till något än mer allmängiltigt.
- När han började fundera på acceleration insåg han att det fanns något slags nära samband mellan **acceleration** och **gravitation**.

# Gravitation och acceleration

- Att stå på jorden innebär ett konstant tryck mot våra skosulor. Tänk dig nu att du är i ett rymdskepp ute i fria rymden som accelererar precis med  $9.82 \text{ m/s}^2$ , dvs samma som jordens tyngdkraftacceleration. Känner du någon skillnad?



# Ekvivalensprincipen

- Svaret är **nej**. Om rymdskeppet inte har några fönster så finns det (lokalt) inget experiment du kan utföra för att avgöra om rymdskeppet är kvar på jordens yta eller accelererar långt ute i rymden!
- Einstein insåg denna stora likhet mellan gravitation och acceleration och kallade den **ekvivalensprincipen**:

*Gravitation och acceleration  
är (lokalt) ekvivalenta m.a.p. fysikens lagar.*

# Ekvivalensprincipen

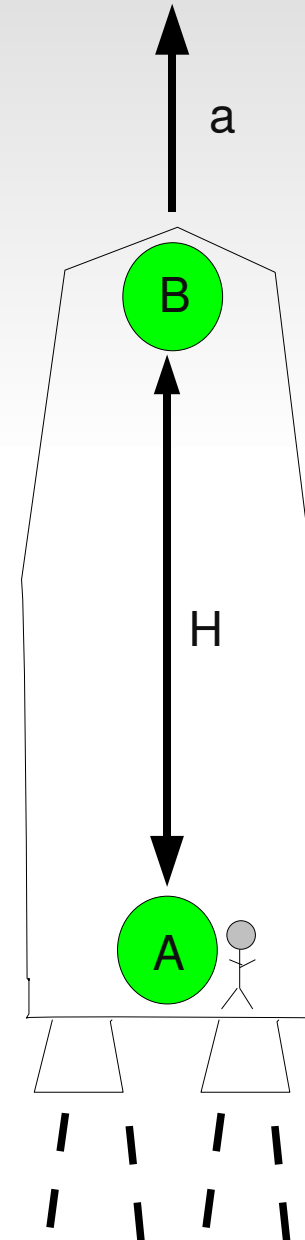
- Nu frågar vi oss: hur blir vi av med trycket på våra skosulor? Svaren är
  - **I rymdskeppet:** Slå av motorerna och övergå till icke-accelererad rörelse.
  - **På jorden:** Kasta oss utför en höjd.
- Vi ser att ekvivalensprincipen medför att

*Fritt fall i ett gravitationsfält är ekvivalent med fri rörelse i rymden.*



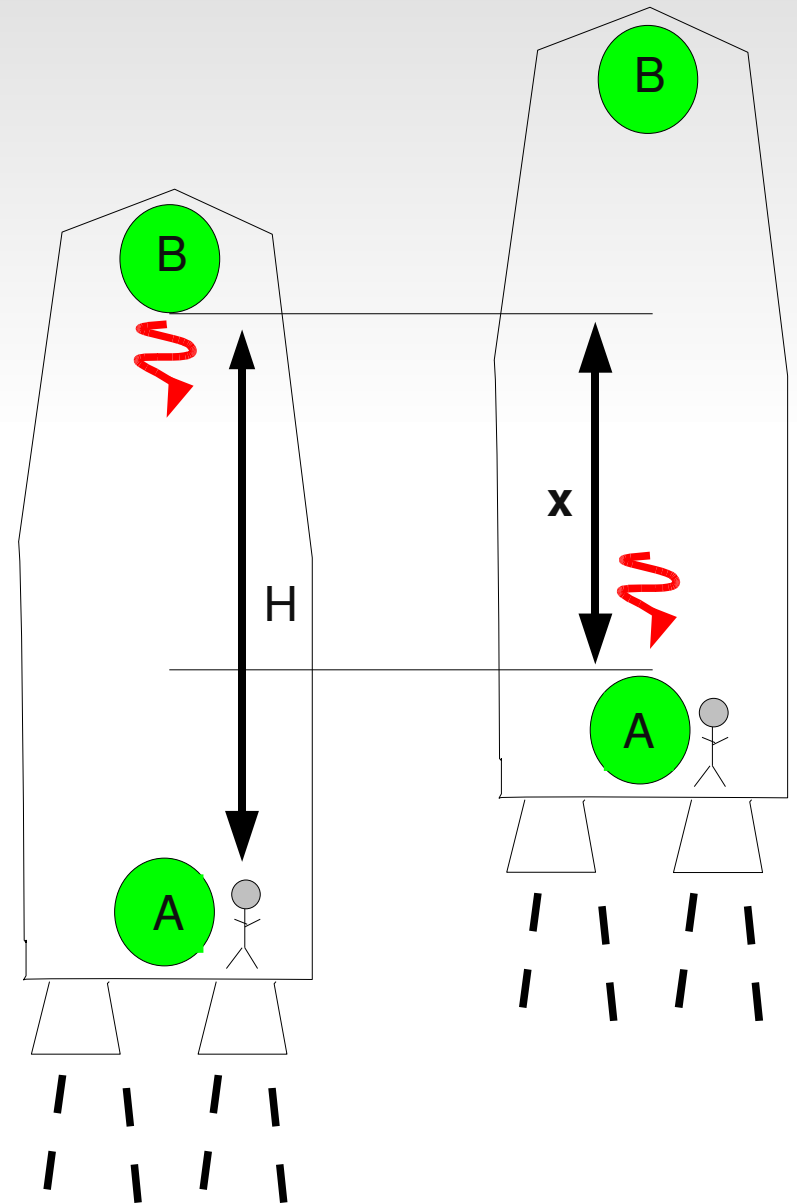
# Tidsdilatation

- Placera två klockor, A och B i botten och toppen på ett accelererande rymdskeppet.
- Låt också en observatör befinna sig vid A.



# Tidsdilatation

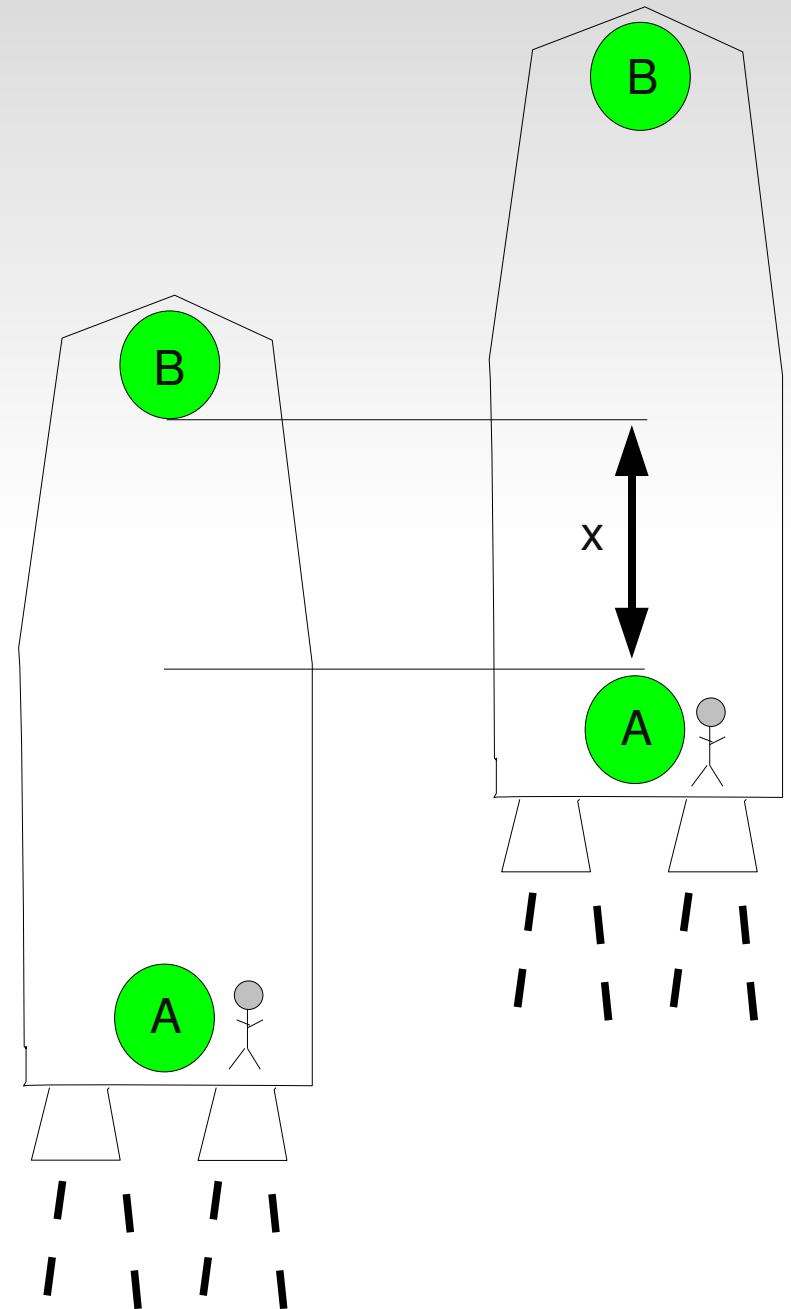
- Låt klocka B skicka ut en **ljusstråle** mot A för varje sekund den tickar.
- Ljusstrålen färdas sträckan  $x$  tills den når A ( $x$  är mindre än  $H$  eftersom A rört sig uppåt.)





# Tidsdilatation

- Nästa ljusstråle får en något *kortare* sträcka  $x$  att gå, eftersom A nu rör sig **fortare** uppåt.
- Men då måste det ta *mindre* än en sekund mellan mottagningen av den första och andra ljusstrålen!



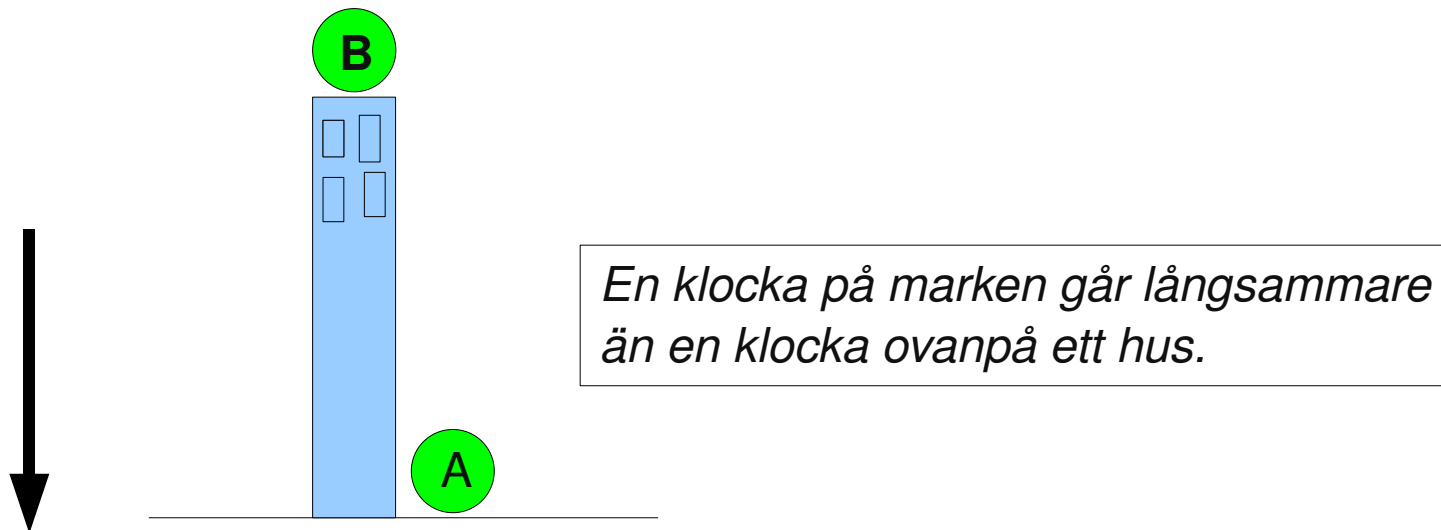
# Tidsdilatation

- Observatören upplever alltså att **klocka B går fortare än klocka A.**
- Men ekvivalensprincipen säger nu att situationen i det accelerande rymdskeppet är ekvivalent med situationen i ett gravitationsfält.
- Det måste då betyda att

*Ett gravitationsfält påverkar tiden.*

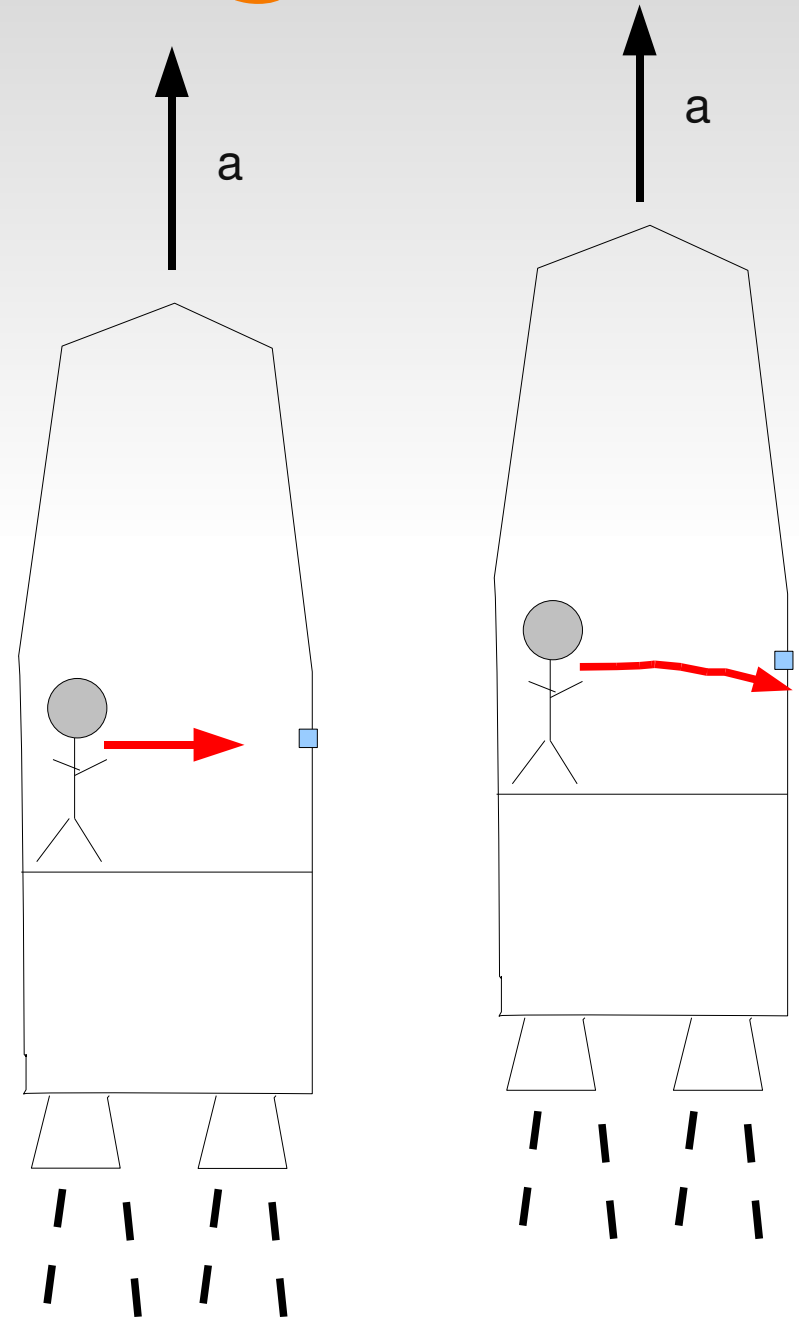
# Tidsdilatation

- Tiden går långsammare i den *riktning* som tyngdkraftfältet är riktat.



# Ljusavböjning

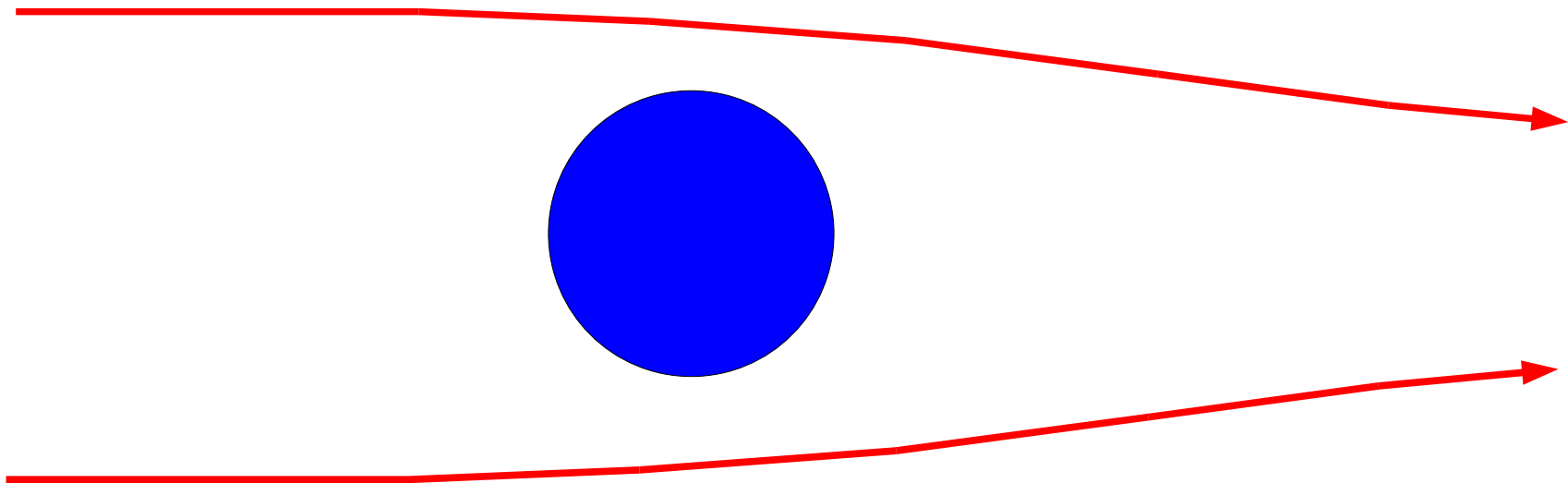
- Vi gör ytterligare ett experiment i raketten; vi skjuter en ljusstråle mot väggen.
- Eftersom väggen accelererar flyttar den sig *mer* uppåt än vad ljusstrålen gör (den vet inte om vad skeppet gör).
- För personen i skeppet ser det ut som ljusstrålen **böjs av nedåt**.



# Ljusavböjning

- Återigen, om situationen är densamma som i ett gravitationsfält så följer att

*Ett gravitationsfält böjer av ljus.*



# Allmän Relativitetsteori

- Einstein utvecklade sakta en matematisk beskrivning för hur dessa förvrängningar av tid och rum runt massiva objekt fungerade.
- Den allmänna relativitetsteorin är (till skillnad från den speciella) mycket komplicerad, men kan sammanfattas som:

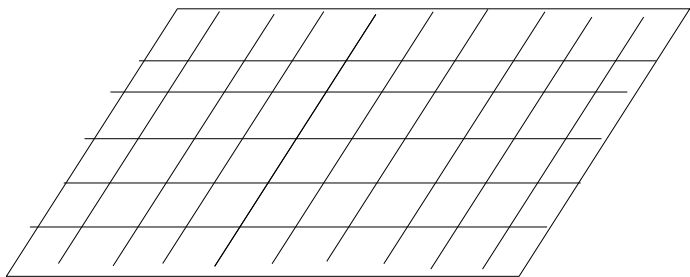
*Ett gravitationsfält är en förändring av själva rummet och tiden nära ett massivt objekt. Denna förvrängning gör att föremål rör sig så att det ser ut som att de påverkas av en kraft.*

# Rumskrökning

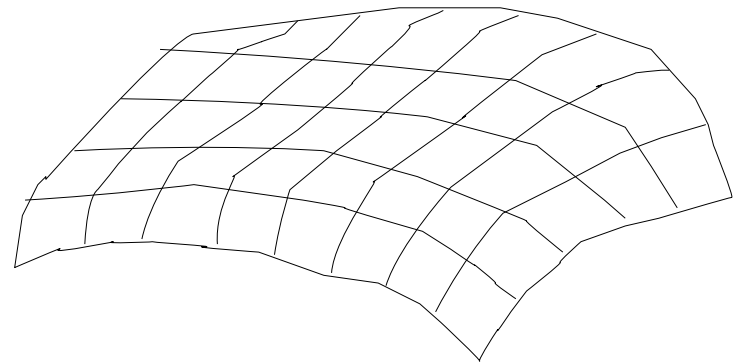
- Låt oss börja med att försöka förstå **krökning av rummet**.
- Vårt rum är tredimensionellt, och krökningen sker relativt en fjärde 'omärkbar' dimension (ej tiden!).
- Våra mänskliga hjärnor kan inte tänka i fyra dimensioner, så vi kan inte måla upp en inre bild av detta scenario.
- Vi kan dock 'förstå' med hjälp av en analogi.

# Rumskrökning i 2D

- En **tvådimensionell** värld (dvs en yta) kan vara krökt om den existerar inuti en **tredimensionell** värld.



2D värld

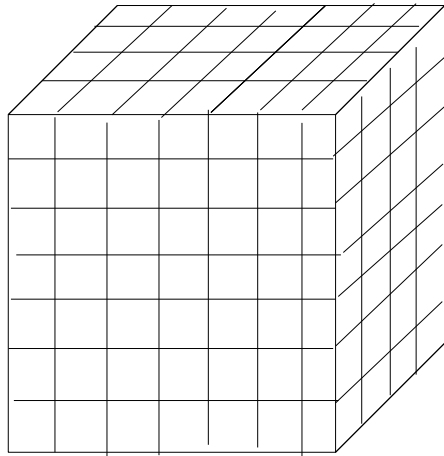


3D värld



# Rumskrökning i 3D

- På samma sätt kan vår **tredimensionella** värld vara krökt inuti en **fyrdimensionell** värld. Detta kan vi dock ej visualisera.



3D värld

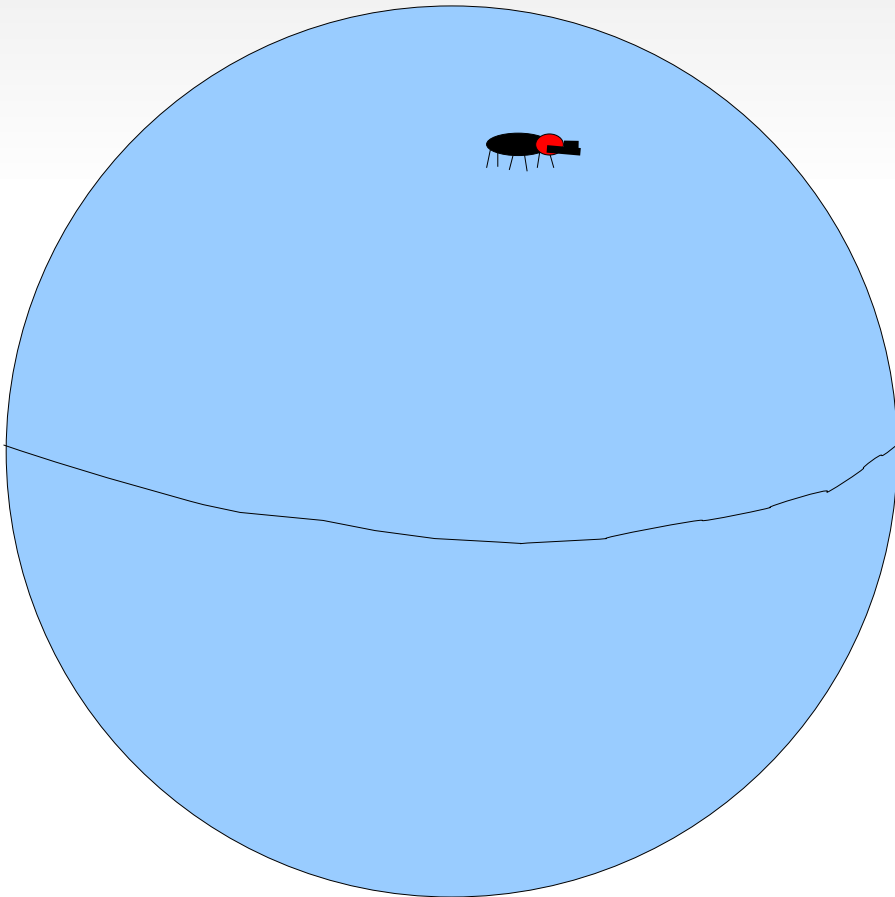


Ej visualiserbart !

4D värld

# Rumskrökning i 2D: Myran på klotet

- En myra kryper runt på ett klot och tror att världen är tvådimensionell.



- Finns det något sätt för myran att inse att dess värld är 'krökt' med avseende på en tredje dimension?

# Myran på klotet

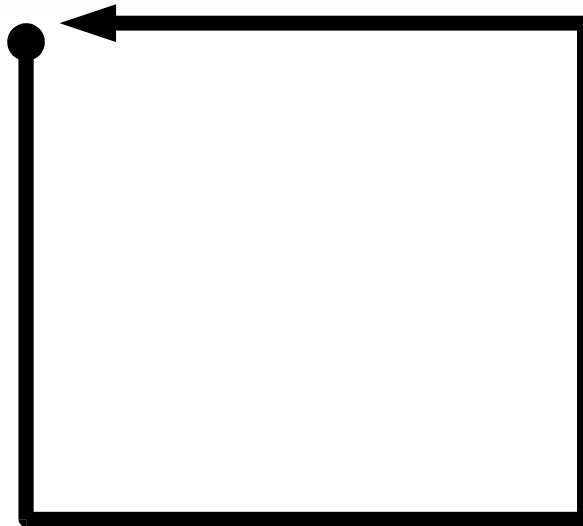
- **Ja** : om myran ritar geometriska figurer så stor skala så kommer de avvika från reglerna i **Euklidisk geometri**.

# Euklidisk geometri

- **Euklidisk geometri** specificerar egenskaperna hos geometriska figurer antaget vissa postulater.
  - Summan av vinklarna i en triangel är 180 grader.
  - Förhållandet mellan en cirkels omkrets och diameter ges av talet pi (3.14).
  - Pythagoras sats.
  - Och många andra...

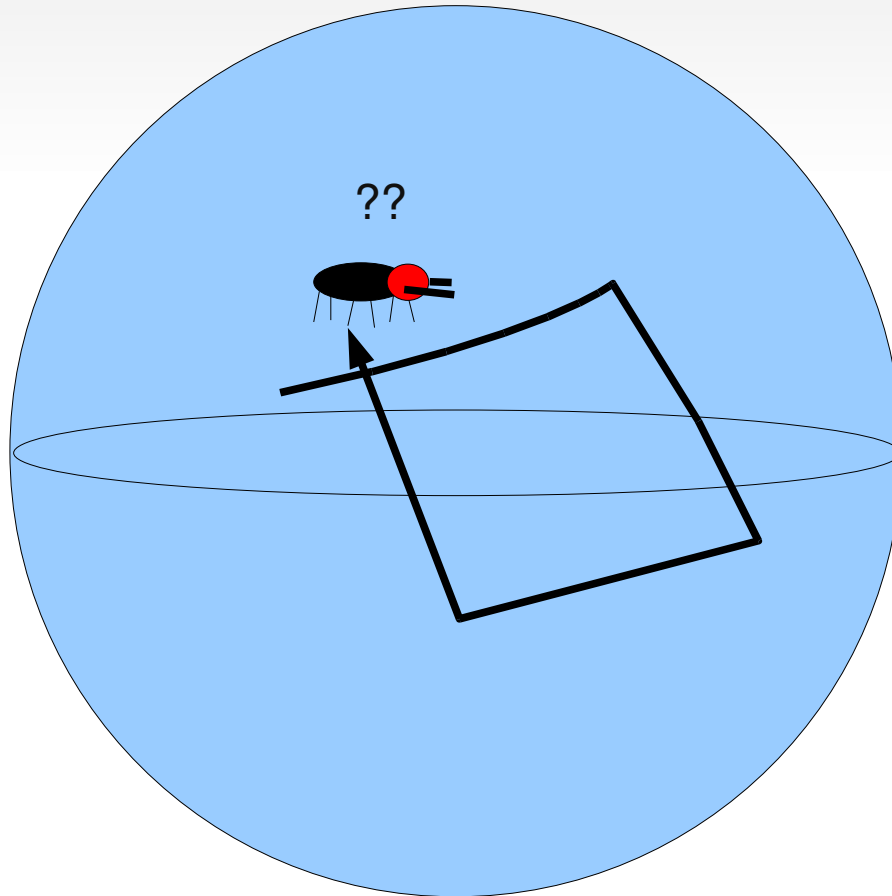
# Euklidisk geometri

- Ett resultat är att om man gör fyra st 90-graders svängar så kommer man tillbaka till startpunkten. (Man bildar en **rektangel**)



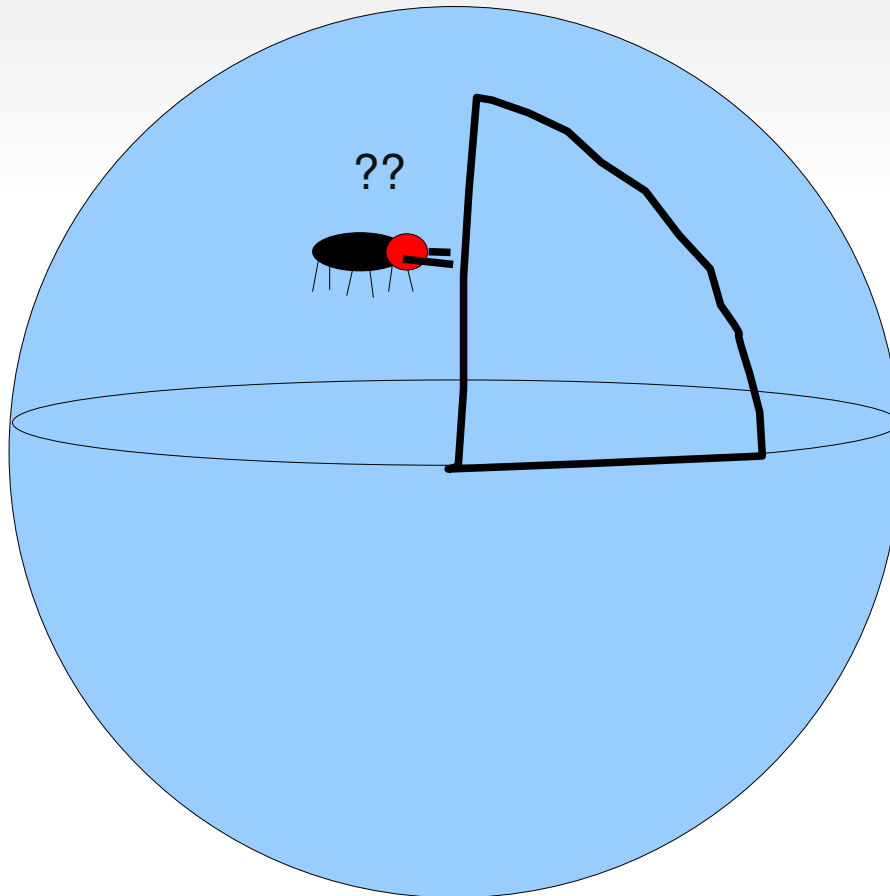
# Myran

- Men hur går det för myran egentligen? På hans klot kommer han **inte** tillbaka till startpunkten!



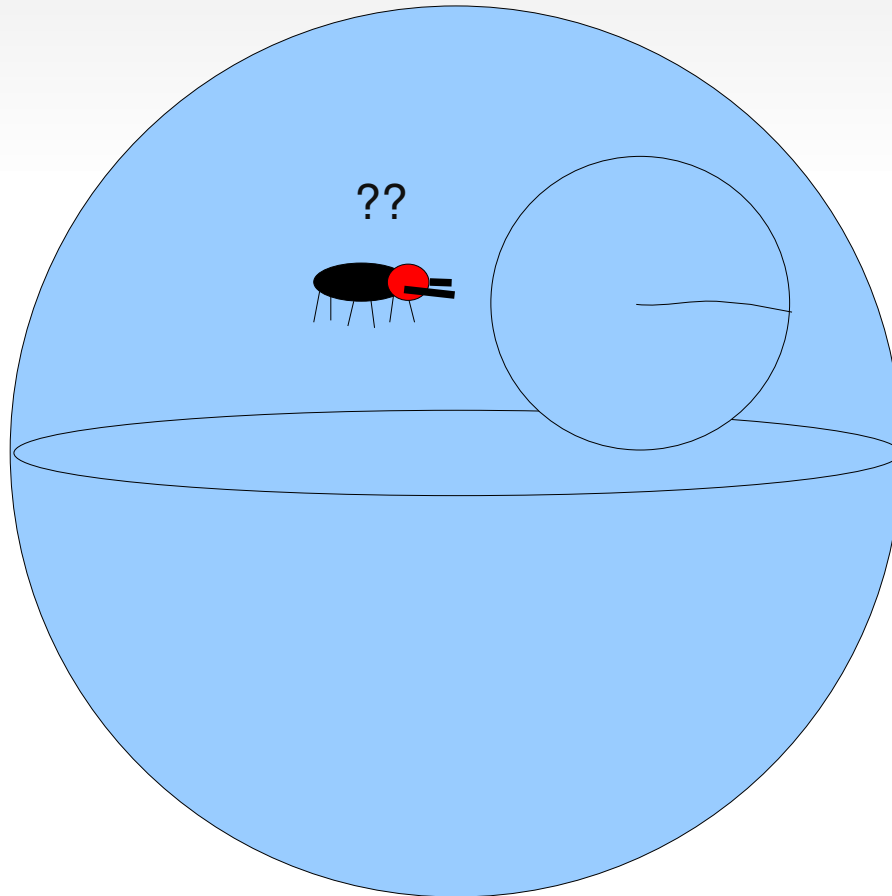
# Myran

- Hans trianglar har en vinkelsumma som alltid är **större** än 180 grader...



# Myran

- Och ritar han en cirkel så är förhållandet mellan omkretsen och diametern ett tal som är **mindre** än pi!





# Är min värld krökt?

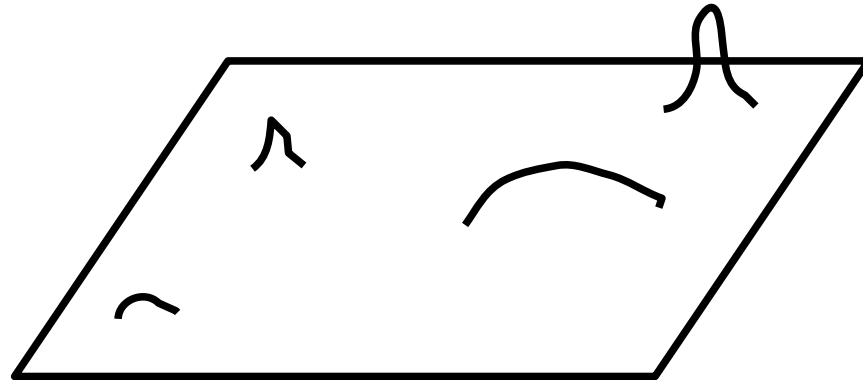
- Vi ser att

*Genom enkla geometriska mätningar kan man bestämma om ens värld är krökt eller ej.*

- Att jorden inte är platt kan man alltså (i princip) bevisa genom att bara rita stora figurer på dess yta och mäta noggrant på dem.

# Lokal krökning

- Rumskrökningen behöver inte vara densamma överallt (som den är på ett klot), den kan variera från plats till plats.
- Ett exempel är en **globalt okrökt** yta med **lokala krökningar** på sig. Det var precis så Einstein tänkte sig vårt universum, där stjärnor och andra massiva objekt orsakade lokala störningar.

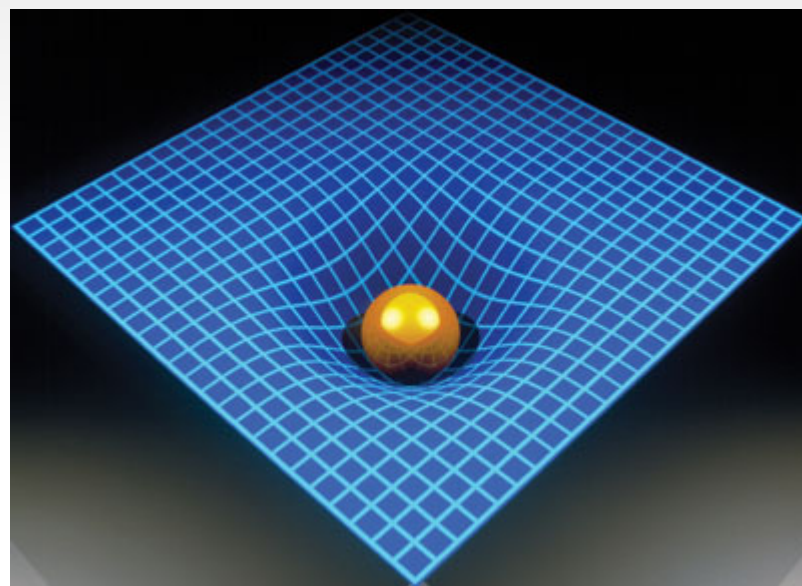


# Krökning i 3D

- Nu frågar vi oss : Skulle det kunna vara så att vi själva är 'myror' i en dimension högre upp, dvs vi tror att världen har tre dimensioner men i själva verket finns det fler? Och kanske är vårt rum i så fall krökt?
- Denna möjlighet var framlagd redan på tidigt 1800-tal. Man lyckades dock inte mäta upp några skillnader från Euklidisk geometri.

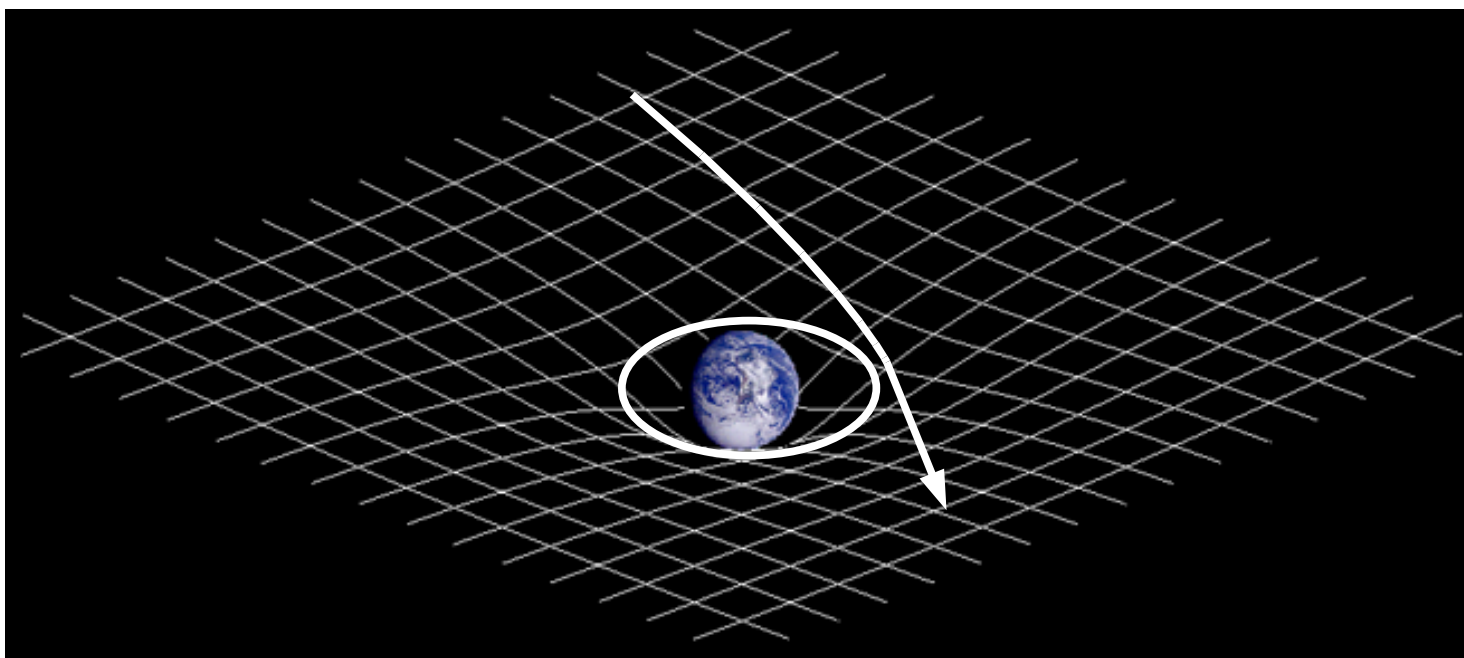
# Allmän relativitetsteori

- Men den allmänna relativitetsteorin belagde att det faktiskt *finns* en krökning, och att det är denna krökning som vi upplever som gravitation.
- Massansamlingar som stjärnor och planeter orsakar **lokala** krökningar i en annars globalt okrökt rumtidsväv.



# Allmän relativitetsteori

- Krökningen av rummet gör att en fri partikel som följer en "rät linje" ändå böjs av.
- Vi får då *intrycket* att den påverkats av en gravitationskraft : i själva verket verkar ingen kraft alls på partikeln.



# Är vårt 3D-rum krökt?

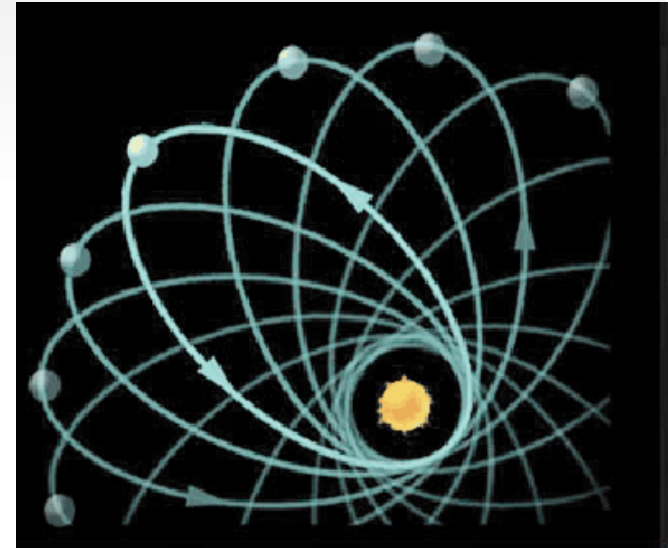
- Men, om det är så, varför kan vi inte mäta krökningen?
- Svaret är att runt jorden är den mycket svag; summan av vinklarna i en stor triangel skulle vara mycket nära 180 grader.

# Rumtid

- Eftersom både rummet och tiden påverkas runt en massa så pratar man ofta om den tillsammans, den sk **rumtiden**.
- Rumtiden är en **fyrdimensionell enhet**, dess krökning sker i en femdimensionell värld.
- Hur många dimensioner som egentligen finns är fortfarande en öppen fråga; många strängteorier kräver existensen av tio st.

# Verifikation

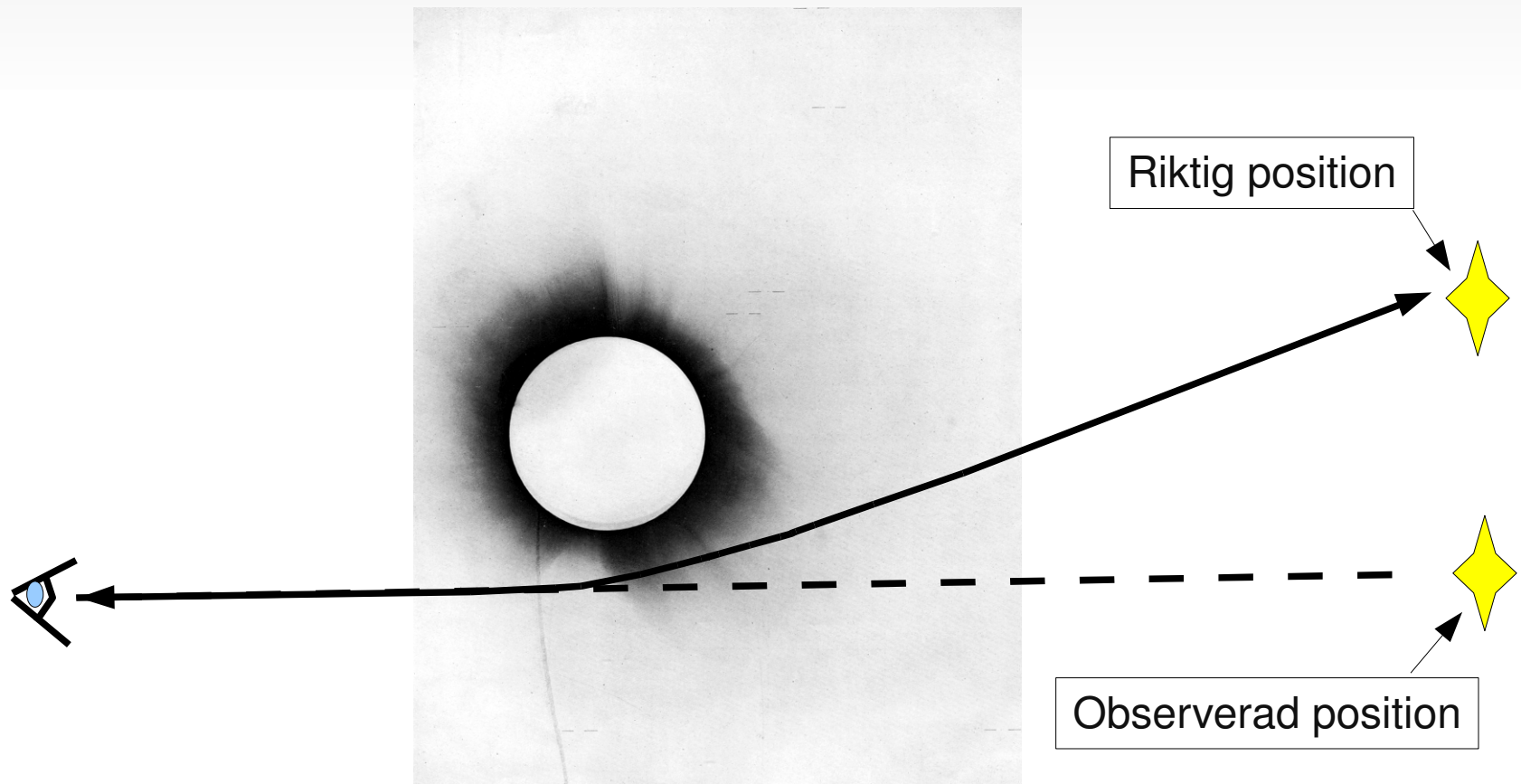
- Einstein visade själv hur hans nya teori korrekt beräknade **Merkurius bana**, något som Newtonsk gravitation inte riktigt lyckades med. Anledningen till att det var just Mercurius av planeterna som var annorlunda är att AR endast skiljer sig från Newtonsk gravitation om gravitationsfältet är hyfsat starkt.





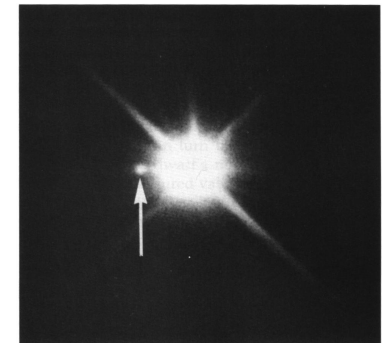
# Verifikation

- 1919 bekräftades att **solens avböjning av stjärnljus** stämde precis med AR, med Newtonsk teori gav fel med en faktor två.



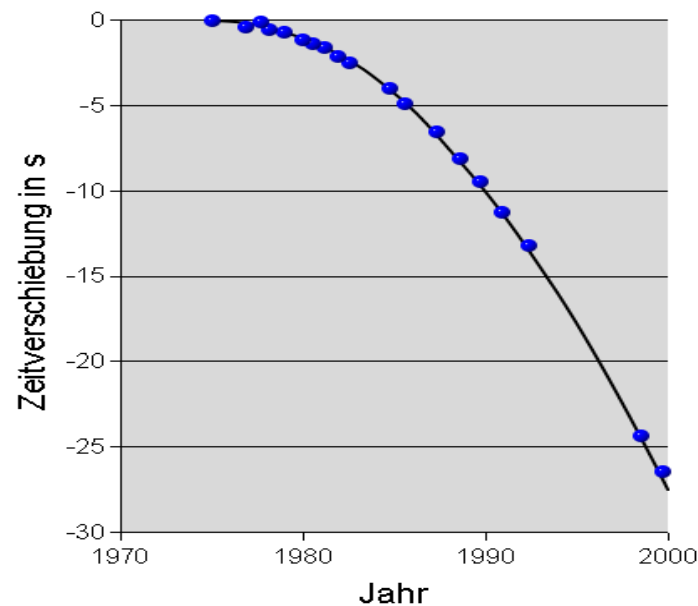
# Verifikation

- Tidsdilatation
  - Bekräftat 1960 genom att jämföra klockor på marken med klockor nere i en brunn.
  - Idag verifierat med GPS-systemet. (satelliternas klockor går 38 mikrosekunder fortare per dag än på jorden.)
  - Spektrallinjer från kompakta objekt tex vita dvärgen **Sirius B**  $d\lambda/\lambda = 3E-4$ .



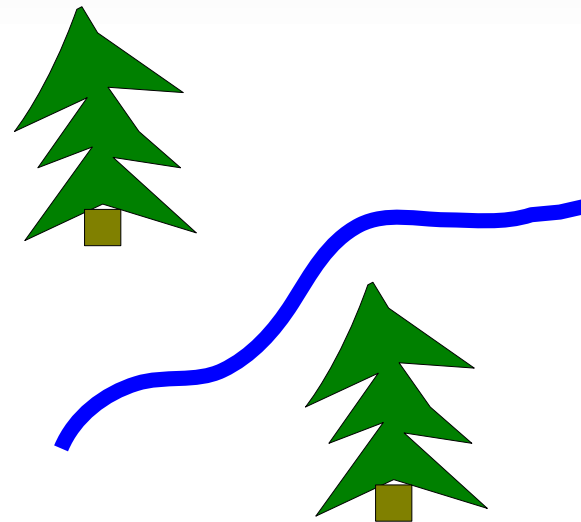
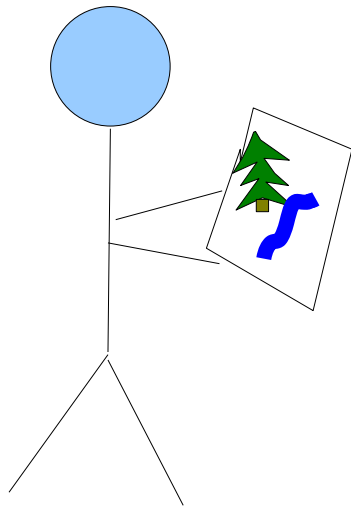
# Verifikation

- 1974: **Hulse-Taylor pulsaren**: omloppsperioden ökar med tiden precis som AR förutspår pga emission av **gravitationsvågor** (se boken).
- Viktig eftersom den testar AR i ett annat gravitationsfält än solsystemets.



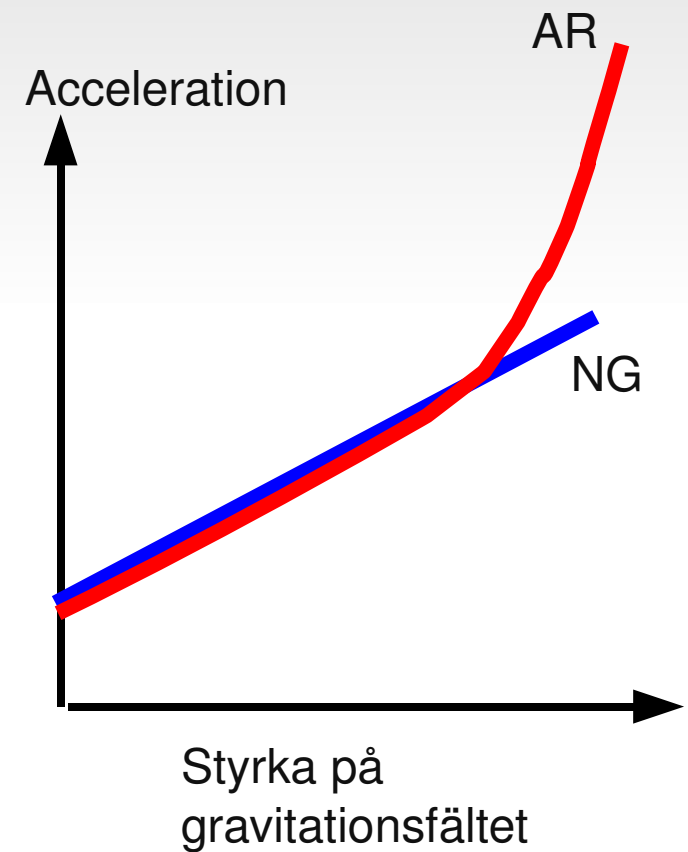
# Är Newtonsk gravitation *fel* ?

- Det är viktigt att förstå att *varje* fysikalisk teori är en *förenklad* beskrivning av verkligheten. Teorin är till verkligheten vad kartan är till terrängen.



# Är Newtonsk gravitation fel ?

- Newtonsk gravitationsteori fungerar mycket väl för svaga och måttliga gravitationsfält. AR ger nästan exakt samma svar i denna regim, (som den måste eftersom Newtons svar funkar bra!).
- Skillnaden mellan teorierna ses bara i **starka gravitationsfält**, där AR ger bättre svar.



# Är Newtonsk gravitation fel ?

- Man kan därför säga att allmän AR är en **mer exakt** teori än Newtonsk gravitation. Men precis som Newtonsk gravitation inte fungerar för starka fält fungerar inte AR i alla sammanhang heller.
- Mer om detta när vi kommer till delen om svarta hål.